Tentamen i TSKS21 Signaler, information och bilder

Provkod:	TEN1
Tid:	2017-06-09 **Kl:** 8:00–13:00
Lokal:	G36
Lärare:	Mikael Olofsson, tel: 281343
Besöker salen:	9 och 11
Administratör:	Carina Lindström, 013-284423, carina.e.lindstrom@liu.se
Institution:	ISY
Hjälpmedel:	Miniräknare med tömt minne.
Antal uppgifter:	7
Bedömning:	Tentans uppgifter kan ge maximalt 50 poäng. Betygsgränser: • Betyg tre: 22 poäng, • Betyg fyra: 30 poäng, • Betyg fem: 38 poäng. Slarviga och svårlästa lösningar bedöms hårt, orimliga svar likaså.
Lösningar:	Publiceras senast tre dagar efter tentamen på adress http://www.commsys.isy.liu.se/TSKS21
Resultat:	Tentamensresultat, inklusive skrivningspoäng, meddelas via det automatiska Ladok-utskicket du erhåller via e-post. Detta skickas ut till alla tenterande som är registrerade på kursen, när tentaresultat förts in i Ladok, vanligen runt 12 arbetsdagar efter tentamen.
Tentavisning:	På ISYs expedition i hus B, korridor D, mellan ingångarna 27 och 29, alldeles invid Café Java, c:a två veckor efter tentan.

1 Inom filterteorin räknar man ibland med teoretiska kretselement som inte har någon motsvarighet som en passiv komponent i verkligheten, men som kan simuleras med aktiva kopplingar som innehåller förstärkare. Ett sådant kretselement skulle till exempel kunna ha spänning-strömsambandet (5 p)

$$i(t) = K\frac{d^2}{dt^2}u(t),$$

där $u(t)$ är spänningen över komponenten och $i(t)$ är strömmen genom den, med matchande referensriktningar. Detta påminner ju om motsvarande samband för en kapacitans, och vi skulle därför kunna kalla detta för en superkapacitans, där K då betecknar superkapacitansens värde.

a. Bestäm impedansen för en superkapacitans. (3p)

b. Vad har K för enhet? (2p)

2 I ett passivt linjärt elektriskt nät utgör insignalen en spänning och utsignalen en ström. (10 p)

a. Vilken enhet har frekvenssvaret? (2p)

b. Vilken enhet har impulssvaret? (2p)

c. Vilken enhet har stegsvaret? (2p)

d. Vilken enhet har enhetsimpulsen? (2p)

e. Vilken enhet har enhetssteget? (2p)

Argumentera för dina svar.

3 Vi har ett tidsdiskret LTI-system med impulssvar (8 p)

$$h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] - \delta[n-2] + \delta[n-3] - \delta[n-4] + \delta[n-5] + \delta[n-6]$$

a. Är systemet stabilt? Argumentera för ditt svar. (1p)

b. Är systemet kausalt? Argumentera för ditt svar. (1p)

c. Bestäm utsignalen om insignalen ges av $x[n] = \sum_k h[7k-n]$ (6p)

4 Betrakta ett system som samplar en tidskontinuerlig signal med samplingsfrekvens 10 Hz och sedan omedelbart rekonstruerar signalen idealt. Bestäm utsignalen om insignalen ges av $x(t) = \text{sinc}(12t)$. (5 p)

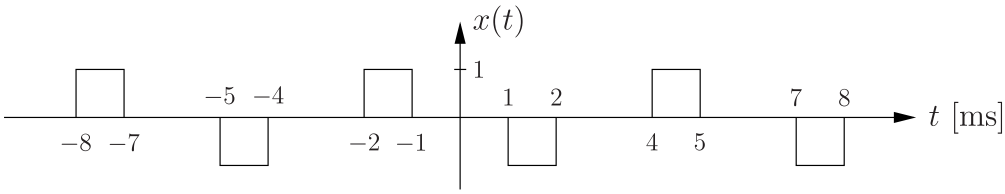
5 En binär kanalkod har parametrarna $(n, k, d) = (40, 10, 16)$. (3 p)

a. Bestäm kodens takt (rate). (1p)

b. Bestäm kodens felrättningsförmåga. (1p)

c. Bestäm kodens feldetekteringsförmåga. (1p)

6 Betrakta en kaskadkoppling av ett idealt LP-filter och ett idealt BP-filter. LP-filtret har gränsfrekvens 600 Hz, medan BP-filtret har gränsfrekvenserna 400 Hz och 800 Hz, amplitudkarakteristik 1 i passbandet och faskarakteristik 0. Insignalen är följande periodiska signal. (9 p)



a. Vilken typ av frekvensselektivt filter utgör kaskadkopplingen av de två filtren? (1p)

b. Vilken/vilka gränsfrekvens(er) har det resulterande filtret? (1p)

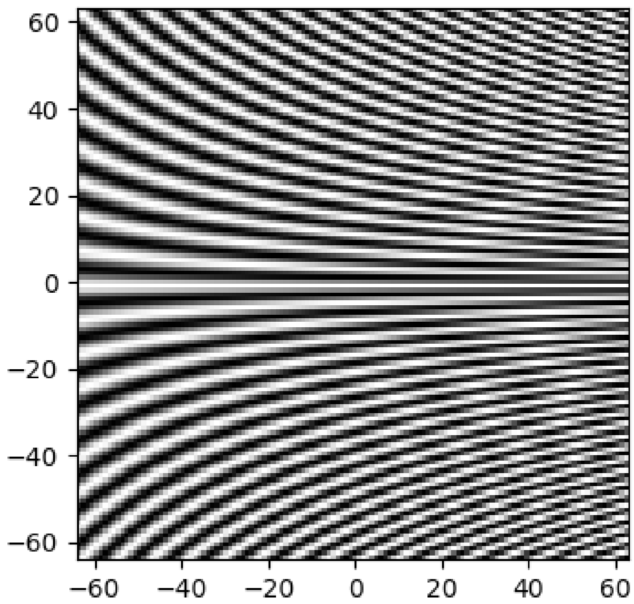
c. Bestäm insignalens grundfrekvens. (1p)

d. Bestäm utsignalen från det resulterande filtret. (6p)

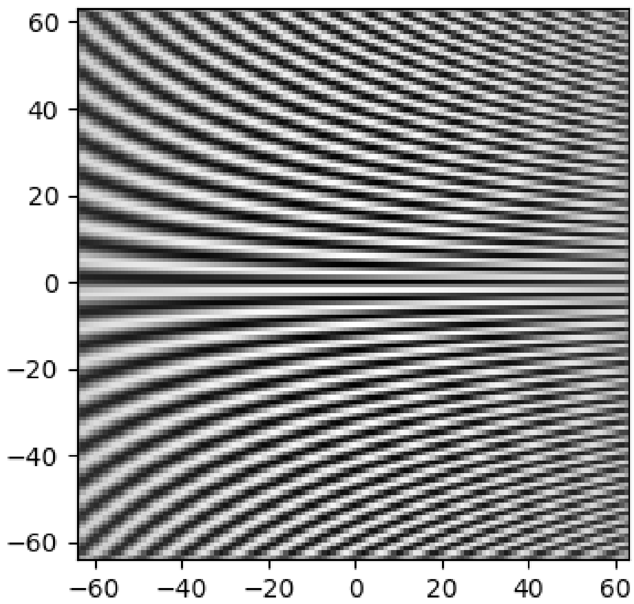
7 En bild skapas med hjälp av diskreta funktionen ($N = 128$) (6 p)

$$f(x,y) = \cos\left(\frac{\pi(x+N)y}{2N}\right) \qquad x, y \in \{-N/2, \ldots, N/2-1\} \ . \tag{1}$$

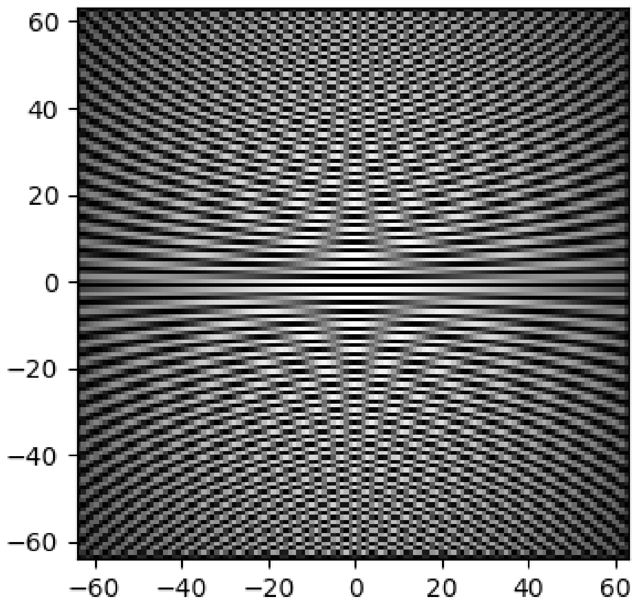
Bilden visas nedan.



Nu faltas bilden med Sobel-y. Resultatet $f_y(x,y)$ visas nedan.



För att beräkna absolutbeloppet kvadreras resultatet: $f_x^2(x,y)$. Kvadraten visas nedan.

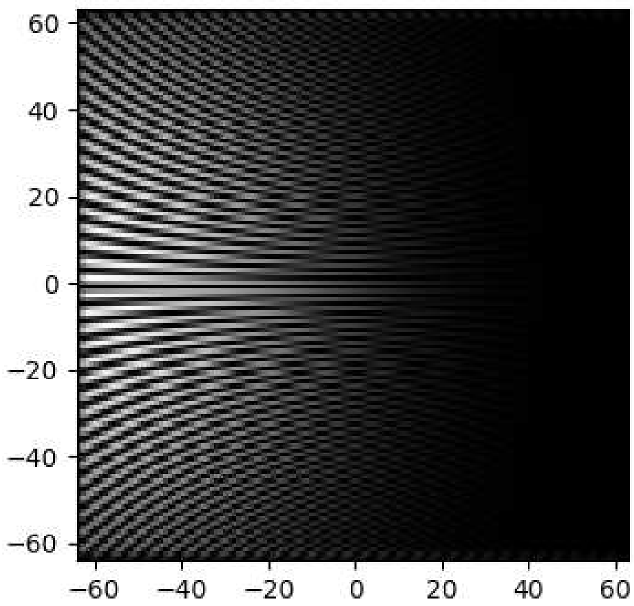


a. Varför approximerar Sobel-y en y-derivata? (2p)

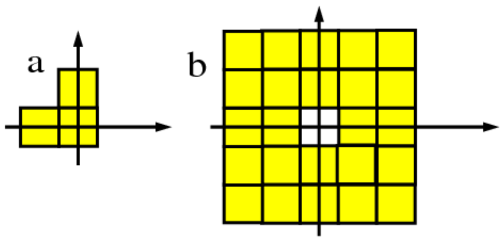
b. Beräkna y-derivatan av den kontinuerliga (1). (1p)

c. Varför ser kvadraten ut som illustrerad i bilden, dvs med vikningsartefakter? Visa detta genom att studera frekvenser i y-led innan och efter kvadreringen och för olika värden på x. (2p)

d. Hur kan man undvika detta med enkel filterering, dvs hur får man en bild enligt nedan? (1p)



8 Vi använder strukturelement/filterkärnan och binärbild enligt figuren nedan. (4 p)



a. Beräkna erosionen $a \ominus b$ och korrelationen $a \Box b$ (gula pixlar har värdet 1, de andra 0). (1p)

b. Beräkna dilationen av erosionsresultatet från steg 1, dvs. $a \oplus (a \ominus b)$, och faltningen av korrelationsresultatet, dvs. $a * (a \Box b)$. (2p)

c. Tröskla faltningsresultatet från steg 2 med $\geq$ 5. Jämför resultatet med dilationresultatet av steg 2. Kommentera symmetrin. (1p)

Impedanser

Resistans R	$u(t) = Ri(t)$	$Z_R = R$
Induktans L	$u(t) = L\frac{d}{dt}i(t)$	$Z_L = j\omega L$
Kapacitans C	$i(t) = C\frac{d}{dt}u(t)$	$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

Faltning

Tidskontinuerlig	$(a * b)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)b(t-\tau)\,d\tau$
Tidsdiskret	$(a * b)[k] = \sum_m a[m]b[k-m]$

Filterteori

Frekvensfunktion	$H(\omega) = U_{\mathrm{ut}}(\omega)/U_{\mathrm{in}}(\omega)$
Amplitudkarakteristik	$\lvert H(\omega)\rvert$
Faskarakteristik	$\arg\{H(\omega)\}$
dB-begreppet (effekter)	$10 \cdot \log_{10}(P_1/P_2)$
(spänningar)	$20 \cdot \log_{10}(U_1/U_2)$
Gränsvinkelfrekvenser	Vinkelfrekvenser där $\lvert H(\omega)\rvert$ sjunkit en faktor $\sqrt{2}$ (motsv. 3 dB) från sitt max-värde.

Sampling

Sampelperiod	T_{s}
Sampelfrekvens	$f_{\mathrm{s}} = 1/T_{\mathrm{s}}$
Sampelvinkelfrekvens	$\omega_{\mathrm{s}} = 2\pi/T_{\mathrm{s}}$
Tidsuttryck	$y[k] = x(kT)$
Frekvensuttryck (Poisson)	$Y[\Omega] = \frac{1}{T_{\mathrm{s}}}\sum_m X\left(\frac{\Omega - m2\pi}{T_{\mathrm{s}}}\right) = f_{\mathrm{s}}\sum_m X\big((\Omega - m2\pi)f_{\mathrm{s}}\big)$

Informationsteori

Nedan antas att X är en stokastisk variabel som tar värden x_m, $m \in \{1, \ldots, M\}$, med sannolikheter $p_m = \Pr\{X = x_m\}$. Vidare är Y en stokastisk variabel som tar värden y_n, $n \in \{1, \ldots, N\}$, och p är en sannolikhet.

Shannoninformation	$-\log_2(p)$
Entropi	$H(X) = H(p_1, \ldots, p_M) = -\sum_{m=1}^{M} p_m \log_2(p_m)$
Binära entropifunktionen	$H_2(p) = H(p, 1-p)$
Betingad entropi	$H(Y\|X) = \sum_m H(Y\|X = x_m) \cdot p_m$
där vi har	$H(Y\|X = x_m) =$
	$= H\big(\Pr\{Y = y_1\|X = x_m\}, \ldots, \Pr\{Y = y_N\|X = x_m\}\big)$
Ömsesidig information	$I(X;Y) = H(Y) - H(Y\|X)$
Antal typiska binära sekv.	$\binom{N}{pN} \approx 2^{N \cdot H_2(p)}$

Tidskontinuerlig fourierserieutveckling

Periodtid	Det minsta $T \neq 0$ så att $x(t+T) = x(t)$ gäller för alla t.
Grund(vinkel)frekvens	$f_0 = 1/T$ $\quad (\omega_0 = 2\pi/T)$
Transformuttryck	$D_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)e^{-jn\omega_0 t}\,dt$
Inverstransformuttryck	$x(t) = \sum_n D_n e^{jn\omega_0 t}$

2-D Kontinuerliga Fouriertransformer

	Spatialdomän, $x, y \in \mathbf{R}$	Fourierdomän, $u, v \in \mathbf{R}$
Definition:	$f(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(xu+yv)}dudv$	$F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(xu+yv)}dxdy$
Reell signal:	$f(x,y)$ reell	$F(-u,-v) = F^*(u,v)$
Linjäritet:	$af_1(x,y) + bf_2(x,y)$	$aF_1(u,v) + bF_2(u,v)$
Translation, spat:	$f(x-a, y-b)$	$e^{-j2\pi(au+bv)}F(u,v)$
Translation, frekv:	$e^{j2\pi(ax+by)}f(x,y)$	$F(u-a, v-b)$
Skalning:	$f(ax, by)$	$(1/\lvert ab\rvert) \cdot F(u/a, v/b)$
Faltning:	$(f * g)(x,y)$	$F(u,v) \cdot G(u,v)$
Korrelation:	$(f \Box g)(x,y)$	$F^*(u,v) \cdot G(u,v)$
Multiplikation:	$f(x,y) \cdot g(x,y)$	$(F * G)(u,v)$
Derivering i x:	$\dfrac{\partial}{\partial x} f(x,y)$	$j2\pi u \cdot F(u,v)$
Derivering i y:	$\dfrac{\partial}{\partial y} f(x,y)$	$j2\pi v \cdot F(u,v)$
Laplace:	$\nabla^2 f(x,y) = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right) f(x,y)$	$-4\pi^2(u^2+v^2) \cdot F(u,v)$
Generell lintrans:	$f(\mathbf{Ax}),\ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$\dfrac{1}{\lvert\det \mathbf{A}\rvert} F((\mathbf{A}^{-1})^T\mathbf{u}),\ \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$
Rotation:	$f(\mathbf{Rx}),\ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$F(\mathbf{Ru}),\ \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$
Separabel funktion:	$f(x,y) = g(x) \cdot h(y)$	$F(u,v) = G(u) \cdot H(v)$
Diracpuls:	$\delta(x,y) = \delta(x) \cdot \delta(y)$	1
Box:	$\Pi(x,y) = \Pi(x) \cdot \Pi(y)$	$\mathrm{sinc}(u) \cdot \mathrm{sinc}(v)$
Böjd pyramid:	$\Lambda(x,y) = \Lambda(x) \cdot \Lambda(y)$	$\mathrm{sinc}^2(u) \cdot \mathrm{sinc}^2(v)$
Gauss:	$e^{-\pi(x^2+y^2)} = e^{-\pi x^2} \cdot e^{-\pi y^2}$	$e^{-\pi(u^2+v^2)} = e^{-\pi u^2} \cdot e^{-\pi v^2}$

Definitioner, Egenskaper och Samband

DFT och IDFT, 2D:

$$F[k,l] = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f[n,m] \cdot e^{-j2\pi(nk/N+ml/M)},$$

$$f[n,m] = \frac{1}{NM} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} F[k,l] \cdot e^{j2\pi(nk/N+ml/M)}$$

Parseval's formel, 2D:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y) g^*(x,y)\, dxdy = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u,v) G^*(u,v)\, dudv$$

Peak Signal to Noise Ratio, PSNR (decibel, dB; M_{signal} är signalens maximala värdet):

$$\text{PSNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{M_{\text{signal}}^2}{P_{\text{noise}}} \right)$$

Några diskreta faltningskärnor

- Byta från x- till y-led `hy=hx`$^{\text{T}}$
- 1D ocentrerad lågpass (i x-led) `b =` $\boxed{1 \mid 1}/2$
- 1D ocentrerad differens (i x-led) `d =` $\boxed{1 \mid -1}$
- 1D centrerad lågpass (i x-led) `b2=b*b`
- 2D lågpass `bb2=b2*b2`$^{\text{T}}$
- Centrala differensen (i x-led) `d2=b*d`
- Sobel (i x-led) `sx=d2*b2`$^{\text{T}}$
- 1D Laplace (i x-led) `l=d*d`
- 2D Laplace `ll=l+l`$^{\text{T}}$

Dilation

$$a \oplus b = [a * b \geq 1]$$

Erosion (A är antal pixlar i a)

$$a \ominus b = [a \square b = A]$$

Mandal/Asif sidor 204 och 217.

Mandal/Asif sidor 481 och 482.

Mandal/Asif sidor 504 och 505.