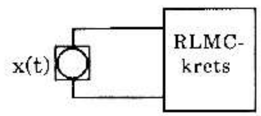
KRETSBERÄKNINGAR

ALLMÄNT



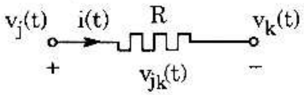
Passiv, linjär, tidsoberoende krets uppbyggd av resistanser R, kapacitanser C, induktanser L och ömsesidiga induktanser M (RLMC-krets) matad från oberoende ideal källa x(t) (ström- eller spänningskälla).

Spänning: $v_{jk}(t)=v_j(t)-v_k(t)$

Momentan effekt: $p(t)=v_{jk}(t)i(t)$

$v_j(t)$ är potentialen i nod j och i(t) strömmen från nod j till nod k.

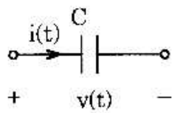
Resistans: $v_{jk}(t) = Ri(t)$ [*Ohms lag*].

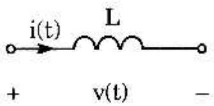


KCL: $\sum_j i_j(t)=0$; $i_j(t)$=ström som flyter till eller från en nod

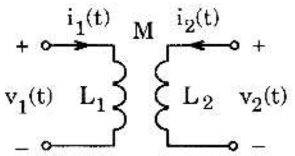
KVL: $\sum_{j,k} v_{jk}(t)=0$; $v_{jk}(t)$=spänningen mellan nod j och nod k i en maska

Kapacitans: $i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$ Induktans: $v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$





Transformatorkoppling: $\begin{cases} v_1(t) = L_1\frac{di_1(t)}{dt} \pm M\frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = \pm M\frac{di_1(t)}{dt} + L_2\frac{di_2(t)}{dt} \end{cases}$



LIKSTRÖMSTEORI (x(t)=X, konstant för alla t)

Krets med n maskor.

Slinganalys: $\begin{cases} R_{11}I_1+R_{12}I_2+ \dots +R_{1n}I_n = E_1+R_1I_{01} \\ R_{21}I_1+R_{22}I_2+ \dots +R_{2n}I_n = E_2+R_2I_{02} \\ \dots \\ R_{n1}I_1+R_{n2}I_2+ \dots +R_{nn}I_n = E_n+R_nI_{0n} \end{cases}$

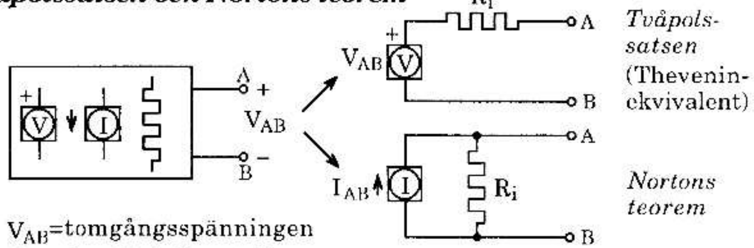
I_j = cirkulerande ström i slinga j
R_{jj}=egenresistans i slinga j
R_{jk}=ömsesidig resistans mellan slinga j och slinga k
E_j=summa bidrag från spänningskällor i slinga j
R_jI_{0j}=summa bidrag från strömkällor i slinga j

Krets med (n+1) noder.

Nodanalys: $\begin{cases} G_{11}V_1+G_{12}V_2+ \dots +G_{1n}V_n = I_{01}+G_1E_1 \\ G_{21}V_1+G_{22}V_2+ \dots +G_{2n}V_n = I_{02}+G_2E_2 \\ \dots \\ G_{n1}V_1+G_{n2}V_2+ \dots +G_{nn}V_n = I_{0n}+G_nE_n \end{cases}$

V_j=potential i nod j
G_{jj}=egenkonduktans för nod j
G_{jk}=ömsesidig konduktans mellan nod j och nod k
I_{0j}=summa bidrag från strömkällor anslutna till nod j
G_jE_j=summa bidrag från spänningskällor anslutna till nod j

Tvåpolssatsen och Nortons teorem

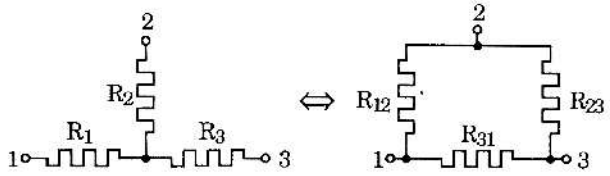


V_{AB}=tomgångsspänningen
I_{AB}=kortslutningsströmmen
R_i= inre resistansen=$\frac{V_{AB}}{I_{AB}}$

Superpositionssatsen

Förekommer fler oberoende källor i en krets kan bidraget till en ström/spänning beräknas från en eller ett antal av dessa källor i taget, varvid övriga källor nollställs. Summation ger sökt ström/spänning.

Y↔Δ-transformationer



$R_p = R_1 // R_2 // R_3$
$R_s = R_{12} + R_{23} + R_{31}$

$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_s}$; $R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_s}$; $R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_s}$; $R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_p}$; $R_{23} = \frac{R_2R_3}{R_p}$; $R_{31} = \frac{R_3R_1}{R_p}$

jω-METODEN ($x(t) = \hat{X}\sin(\omega t + \varphi)$ för alla t)

$x(t) \rightarrow X = \hat{X}e^{j\varphi}$

R, L och C ersätts med komplexa impedanser och transformator med komplexschema.

Likströmsteorins metoder ger sökt nätstorhets komplexa uttryck.

Komplex effekt: $S = P + jQ = VI^* = V_eI_e\cos\varphi + jV_eI_e\sin\varphi$; $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$

NÅGRA MATEMATISKA SAMBAND

$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\qquad \sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ $\qquad e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$

$\cosh(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$ $\qquad \sinh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$ $\qquad \tanh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$

$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$ $\qquad \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$

$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

ALGEBRA

DETERMINANTER

Beräkning av determinanter

2x2: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

3x3: Utveckling efter rad 1:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{(1+1)}D_{11} + a_{12}(-1)^{(1+2)}D_{12} + a_{13}(-1)^{(1+3)}D_{13} =$$

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

En nxn-determinant kan utvecklas efter vilken rad eller vilken kolumn som helst. Generellt kan var och en av de n termerna i utvecklingen av en nxn-determinant skrivas $a_{ij}C_{ij}$ där C_{ij} är *kofaktorn* (eller *algebraiska komplementet*) hörande till a_{ij}.

$$C_{ij} = (-1)^{(i+j)}D_{ij}$$

D_{ij}=*underdeterminant* (även kallad *minor*) erhållen genom att rad i och kolumn j strykes.

Lösning av ekvationssystem (Cramers regel)

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n = b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nn}X_n = b_n \end{cases} \qquad X_j = \frac{D_j}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad \text{T.ex. } D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinanten D_j erhålls genom att kolumn j i *systemdeterminanten* (även kallad *karakteristiska determinanten*) D byts mot höger led.