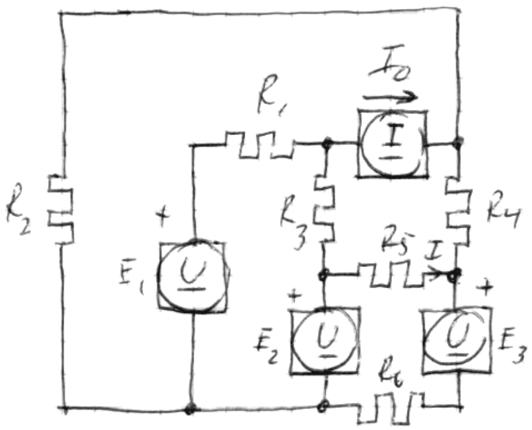
Lösningsförslag till tenta 2006-08-15 i TSDT49 Elektriska kretsar

Mikael Olofsson, mikael@isy.liu.se

---

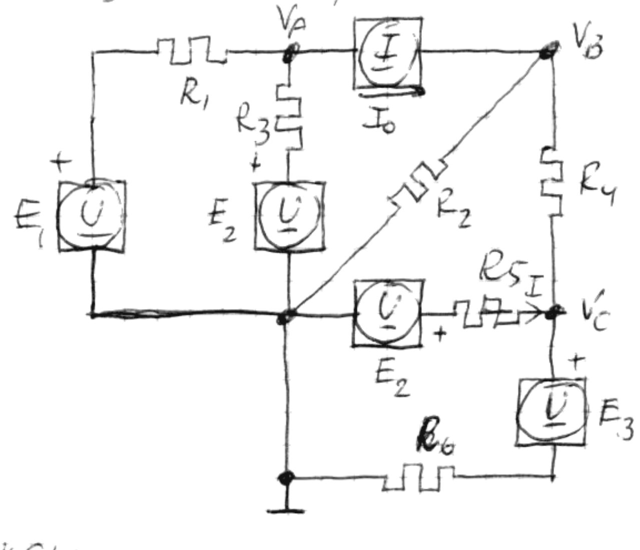
1) R_7 sitter parallellt med E_3. Kan därför tas bort. Kvarvarande nät:



Både slinganalys och nodanalys ger upphov till tre obekanta. Vi har en ensam strömkälla och en ensam spänningskälla. Båda metoderna ser ut att bli lika jobbiga.

Låt oss ta nodanalys.

Vi eliminerar den ensamma spänningskällan och jordar en punkt, samt inför nodpotentialerna V_A, V_B och V_C.



KCL:

Nod A: $$\frac{E_1 - V_A}{R_1} - I_0 + \frac{E_2 - V_A}{R_3} = 0$$

Nod B: $$I_0 + \frac{0 - V_B}{R_2} + \frac{V_C - V_B}{R_4} = 0$$

Nod C: $$\frac{V_B - V_C}{R_4} + \frac{E_2 - V_C}{R_5} + \frac{0 - (V_C - E_3)}{R_6} = 0$$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_3}-I_0 \\ I_0 \\ \frac{E_2}{R_5}+\frac{E_3}{R_6} \end{pmatrix}$$

Med insatta värden:

$$\begin{pmatrix} 4/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11/3 - 3\cdot 10^{-3} \\ 3\cdot 10^{-3} \\ 7/2 \end{pmatrix}$$

Matrisen har enhet ohm och högerledet har enhet ampere. Vi löser ekvationssystemet och får

$$V_A = 2.7477\ V, \quad V_B = 2.3373\ V, \quad V_C = 4.6687\ V.$$

Den sökta strömmen I fås som

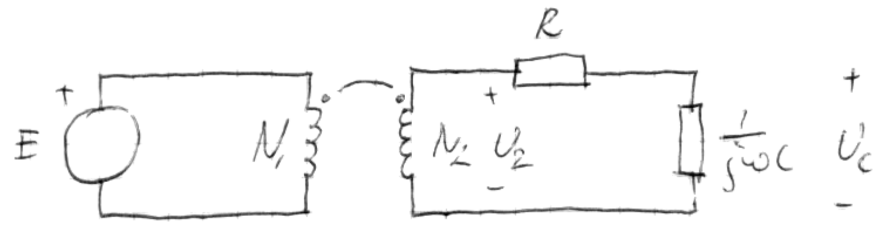
$$I = \frac{E_2 - V_C}{R_5} = \underline{\underline{0.8328\ A}}$$

---

2) Se läroboken, avsnitt 1.4

---

3) Vi ritar om figuren m.h.a $j\omega$-metoden



Transformatorns spänningssamband ger

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} E = 2E$$

spänningsdelning ger

$$U_C = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R} U_2 = \frac{2}{1 + j\omega RC} E$$

Vi vill ha $|U_C| = |E|$. Alltså

$$|U_C| = |E| = \left| \frac{2}{1 + j\omega RC} \right| \cdot |E| \Rightarrow$$

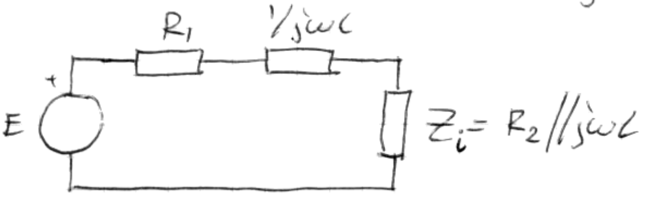
$$\Rightarrow |1 + j\omega RC| = 2$$

$$\Rightarrow 1^2 + (\omega RC)^2 = 4$$

$$\Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{\omega C} = \frac{\sqrt{3}}{100 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} \Omega = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^2$$

$$\approx 346 \Omega$$

4 Vi ritar om kretsen m.h.a. $j\omega$-metoden



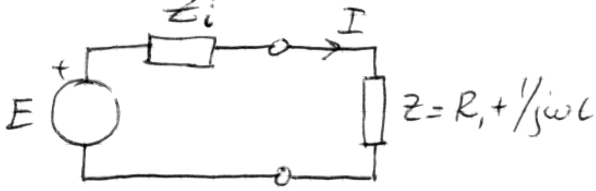
$e(t) = 6\sin(10^3 t)$

$R_1 = 2\ \Omega, \quad R_2 = 1\Omega$

$L = 1\ mH$

Effektivvärdesskala ger $E = \hat{E}/\sqrt{2} = 6/\sqrt{2}$

a) Vi är intresserade av att maximera effektutvecklingen i R_1 och vi kan variera C för att uppnå det.
Vi överför figuren på standardform:



Vi kan välja imaginärdelen, medan realdelen är fast. Alltså har vi fall 2 enligt bifogad formelsamling.

Då ska vi ha $Im\{Z\} = -Im\{Z_i\}$. Det ger

$$\frac{1}{\omega C} = Im\{R_2 // j\omega L\} = Im\left\{\frac{j\omega L R_2}{R_2 + j\omega L}\right\} = Im\left\{\frac{j\omega L R_2(R_2 - j\omega L)}{R_2^2 + \omega^2 L^2}\right\}$$

$$= \frac{\omega L R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{R_2^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 L R_2^2} = \frac{1 + 10^6 \cdot 10^{-6}}{10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 1} F = \underline{\underline{2 mF}}$$

b Då vi har anpassning enligt ovan kommer den totala impedansen i kretsen att vara

$$Z_i + Z = Re\{Z_i\} + Re\{Z\} = \frac{\omega^2 L^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L^2} + R_1 = \frac{5}{2}\Omega$$

Strömmen I genom kretsen ges då av

$$I = \frac{E}{Z_i + Z} = \frac{6/\sqrt{2}}{5/2} A = \frac{6\sqrt{2}}{5} A$$

Effektutvecklingen P i R_1 ges då av

$$P = I^2 \cdot R_1 = \frac{36 \cdot 2}{25} \cdot 2\ W = \frac{144}{25} W = \underline{\underline{5.76\ W}}$$