



Tentamen i ETE306/TEN1 Diskret matematik

- Tid:** 2017-05-31 **Kl:** 08.00-13.00
- Kurskod:** ETE306
- Provkod:** TEN1
- Hjälpmedel:** Inga.
- Bedömning:** Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng. För betyg 3/4/5 krävs 8/12/16 poäng totalt. Alla steg i lösningarna måste noga motiveras. Felaktiga eller ofullständiga motiveringar ger poängavdrag. Slarviga och svårlästa lösningar bedöms hårt, orimliga svar likaså.
- Tentabesök:** Examinator besöker tentalokalen ca kl. 9.30 och 11.30.
- Tentavisning:** 2017-09-04, kl. 12.15-12.45 i Hammingrummet (3A:463), hus B, ingång 27-29, 2:a våningen.
- Synpunkter:** Tiden för **skriftliga** synpunkter på rättning av tentamen utgår 2017-09-04, varefter skrivningarna lämnas till MAIs expedition.

Lycka till!

- 1 Bestäm alla par av heltal (x, y) som uppfyller likheten

$$444x + 984y = 72.$$

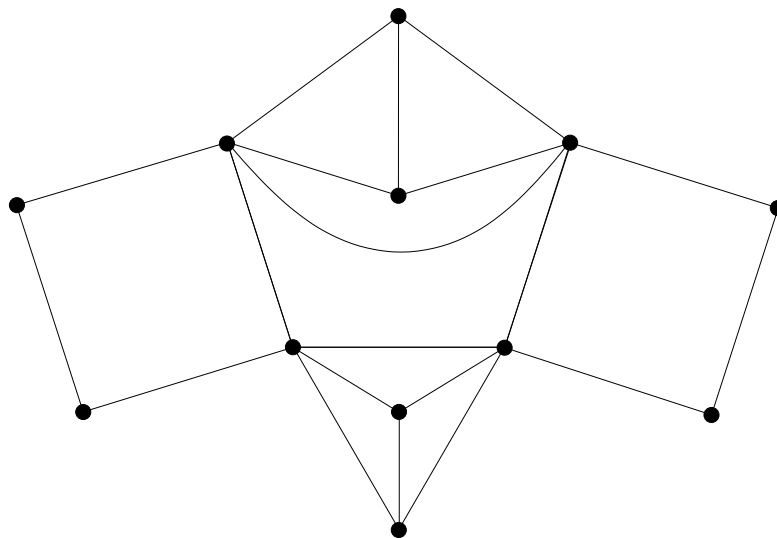
Vilket är det minsta möjliga positiva heltalet x för vilket det existerar ett heltal y så att paret (x, y) uppfyller denna Diofantiska ekvation. (3p)

- 2 Låt oss definiera relationen \mathcal{R} på mängden

$$A \triangleq \{-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

så att $x\mathcal{R}y$ om och endast om $4|(x + 3y)$. Visa att \mathcal{R} är en ekvivalensrelation och bestäm de olika ekvivalensklasserna.

- 3 Betrakta den enkla grafen G given i figuren nedan.



- (a) Vad har G för kromatiskt tal? (1p)
- (b) Bestäm det kromatiska polynomet för G ! (2p)

- 4 Bevisa med hjälp av matematisk induktion att likheten

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)} = \frac{n(n+2)}{3(2n+1)(2n+3)}$$

är giltig för alla positiva heltal n .

- 5 Svara på följande frågor om $a = 2^8 \cdot 3^3 \cdot 7^5 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17^3 \cdot 23^2$.

- (a) Hur många positiva delare har a ? (1p)
- (b) Hur många positiva delare av a är delbara med 504? (1p)
- (c) Hur många delare av a är jämna kvadrater samt delbara med 1848? (1p)

- 6 Orienteringsklubben DMOK har totalt 200 medlemmar. Det finns tre olika uppgifter som dessa medlemmar måste hjälpa till med: sköta veckans bana, genomföra klubbmästerskapet och ta hand om ungdomstränningar. Vi vet att:

- 1) 84 av medlemmarna sköter veckans bana;
- 2) 89 medlemmar hjälper till för att genomföra klubbmästerskapet;
- 3) 70 medlemmar tar hand om ungdomstränningarna;
- 4) 59 medlemmar sysslar med varken klubbmästerskapet eller ungdomstränningarna;
- 5) 51 medlemmar sysslar med varken klubbmästerskapet eller veckans bana;
- 6) 24 medlemmar hjälper till med både ungdomstränningarna och veckans bana;
- 7) 12 medlemmar sitter i styrelsen och har inga andra uppdrag i föreningen.

Hur många av DMOKs medlemmar är engagerade i alla tre uppgifter ovan?
(3p)

- 7 Bestäm antalet permutationer av alfabetets 28 bokstäver (A-Ö) som innehåller inget av orden **GLAS**, **SPAK**, **RIV** och **KYL**.